



Ответы и решения задач «белого» уровня сложности MathCat.ONLINE

Задача 1. (4 балла) В саду посадили 2022 саженца. Из всех саженцев, кроме 1000, выросли груши. На всех грушах, кроме 10, растут плоды. Плоды со всех плодоносящих груш, кроме одной, вкусные. На скольких грушах вкусные плоды?

Ответ: 1011.

Решение: Выросли 1022 груши, на них 1012 плодов, из них 1011 вкусных.

Задача 2. (6 баллов) В записи сегодняшней даты 27.11.2022 есть четыре одинаковые цифры. В каком году будет ближайшая дата, содержащая семь одинаковых цифр?

Ответ: 2111.

Решение: Всего одна цифра из восьми может отличаться от других. Это значит, что все совпадающие цифры – либо единицы, либо двойки. В первом случае нужно отыскать в будущем ближайший год с тремя единицами в номере года. Такая дата – 11 ноября 2111 года. Во втором случае подходит только 2222 год (потому что 22-го месяца не бывает), но $2222 > 2111$.

Задача 3. (8 баллов) Коля и Поля сидят в классе в одном ряду, Коля – за четвертой партой, если считать с начала ряда, а Поля – за четвёртой, если считать с конца. Между ними есть ещё одна парта. Сколько всего парт может стоять в этом ряду?

Ответ: 9 или 5.

Решение: Если Поля сидит за Колей, то всего парт $3 + 1$ (Коля) $+ 1 + 1$ (Поля) $+ 3 = 9$. Если же Поля сидит перед Колей, то всего парт $3 + 1$ (Коля) $- 1 - 1$ (Поля) $+ 3 = 5$. Каждый из двух верных ответов приносит часть баллов.

Задача 4. (8 баллов) Часовая стрелка на 12-часовом циферблате показывает ровно на отметку «13 минут». Который час (укажите количество часов и минут)?

Ответ: 2 часа 36 минут.

Решение: Часовая стрелка между 10 и 15 минутами означает, что 2 часа уже было, а 3 ещё не было. Между 2 и 3 прошло ровно $3/5$ часа, то есть 36 минут.

Задача 5. (9 баллов) Школьник захотел перемножить все числа от 1 до 30, а затем вычесть из результата число 2022. Ему нужны только последние четыре цифры результата. Помогите ему их определить правильно.

Ответ: 7978.

Решение: Произведение чисел от 1 до 30 кончается минимум семью нулями, потому что делится на $5 \cdot 8 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 25 \cdot 30$. Если из него вычесть 2022, то последними цифрами будут такие же, как у разности $10000 - 2022 = 7978$.

Задача 6. (11 баллов) В семизначном телефонном номере первые три цифры одинаковы, и последние четыре цифры тоже одинаковы. Сумма цифр номера равна двузначному числу, в котором первая цифра равна первой цифре номера, а вторая – последней цифре номера. Найдите этот телефонный номер.

Ответ: 3337777.

Решение: Пусть первая цифра номера равна a , а последняя – b . Тогда сумма цифр номера равна $3a + 4b$, и по условию это равно двузначному числу $10a + b$. Получаем уравнение $3a + 4b = 10a + b$, из которого $3b = 7a$, то есть $a = 3$, $b = 7$.

Задача 7. (13 баллов) Одну из сторон квадрата разделили на десять частей, после чего каждую из девяти точек деления соединили отрезками с двумя вершинами квадрата, не являющимися концами данной стороны. Сколько точек пересечения у этих отрезков?

Ответ: 36.

Решение: Пересекаются те и только те пары отрезков, которые являются диагоналями получающихся трапеций (одно основание – сторона квадрата, другое – отрезок между какими-то двумя точками деления). Такую трапецию можно выбрать столькими способами, сколькими можно выбрать пару точек деления, то есть $9 \cdot 8 : 2 = 36$. Часть баллов можно получить также за ответ 72, полученный из правильного в целом рассуждения, но без необходимого деления на 2.

Задача 8. (13 баллов) Сколькими способами можно вписать цифры вместо пропусков (по одной цифре в каждый пропуск) в строчку «___ тысячи ___ сотни ___ десятков ___ единица», чтобы получилась *грамотная* запись?

Ответ: 54.

Решение: По три возможных цифры (2, 3, 4) для тысяч и сотен, шесть вариантов для десятков (цифры 0, 5, 6, 7, 8, 9), один вариант для единицы. Итого $3 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 1 = 54$ варианта. Засчитывается также ответ 45, полученный без учёта цифры 0 в разряде десятков.

Задача 9. (13 баллов) Чип и Дейл едят орехи. Чип съел один орех, Дейл – два, Чип – три, Дейл – четыре и так далее. В итоге Чип съел 400 орехов. Сколько съел Дейл?

Ответ: 380 или 420.

Решение: Несложно посчитать, что последним своим ходом Чип съел 39 орехов. Если при этом все орехи закончились, то Дейл своим последним ходом съел 38 орехов, а всего $2 + 4 + \dots + 38 = 380$. Если же Дейл после Чипа сделал ещё один ход, то съел на 40 орехов больше, то есть $380 + 40 = 420$.

Задача 10. (15 баллов) Петя написал на доске число, цифры которого не повторяются. Первая цифра в 3 раза меньше последней, а когда Ваня стёр обе эти цифры, то на доске осталось число с суммой цифр 12. Какое наибольшее число мог написать Петя?

Ответ: 3542109.

Решение: Наиболее длинное число с неповторяющимися цифрами и суммой цифр 12 может содержать не более пяти цифр – 01236 или 01245 (шесть цифр в сумме дадут не меньше чем $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$). К первому из двух чисел не удаётся добавить ещё пару других цифр, одна из которых втрое больше другой, а ко второму – удаётся добавить 3 и 9. Отсюда получается верный ответ. Засчитываются также некоторые неверные ответы, для получения которых необходимы верные идеи.