



Задачи «красного» уровня сложности MathCat

Задача 1. (6 баллов) На съезде либералов и консерваторов журналист задал каждому вопрос: "Сколько человек от каждой партии, не считая вас, участвует в съезде?". Каждый назвал сначала число либералов, а потом число консерваторов, при этом одно число он назвал правильно, а другое либо увеличил, либо уменьшил на 2. Среди ответов были получены такие: (21, 15), (18, 18), (17, 15). Сколько представителей от каждой партии было на съезде?

Задача 2. (6 баллов) Ученики и ученицы музыкальной школы по очереди выступают на сцене, а затем возвращаются в зал в качестве зрителей. Во время Жениного выступления девочки составляли $\frac{5}{16}$, а во время Сашиного – $\frac{7}{24}$ сидящих в зале учеников. Сколько учеников пришло на концерт?

Задача 3. (7 баллов) Диагональ выпуклого 41-угольника называют хорошей, если она разбивает многоугольник на два многоугольника равных периметров. Найдите наибольшее возможное число хороших диагоналей.

Задача 4. (9 баллов) Витя и Оля едят прямоугольную шоколадку. Начинает Витя, своим ходом он съедает все крайние и угловые дольки у шоколадки. Потом так делает Оля, потом Витя и так пока шоколадка не закончится. Оказалось, что Витя съел на 15 долек больше. Сколько могло быть долек в шоколадке?

Задача 5. (9 баллов) На ребрах куба написали числа. Потом в каждой вершине написали сумму всех чисел на исходящих из нее ребрах, а числа на ребрах стерли. Хулиган Петя стер число в одной вершине, оставшиеся числа в вершинах указаны на картинке. Какое число он мог стереть? (См. рис. 1)

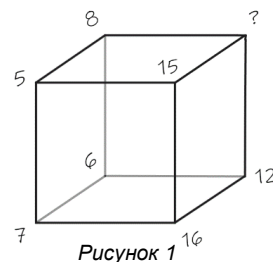


Рисунок 1

Задача 6. (11 баллов) Дан выпуклый четырехугольник $ABCD$, $AB = AD$, $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 145^\circ$. На биссектрисе угла BCD отмечена точка E , отличная от точки C , так что $AC = AE$. Найдите величину угла DAE .

Задача 7. (11 баллов) Найдите $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$, если $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = -3$; $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0$.

Задача 8. (13 баллов) Муравей сидит в вершине X тетраэдра. За один ход он может переползти по любому ребру в соседнюю вершину. Сколько у него способов попасть в вершину Y ровно за 8 ходов? Можно приходить в требуемую вершину и раньше, но ровно через 8 ходов нужно оказаться в Y . (См. рис. 2)

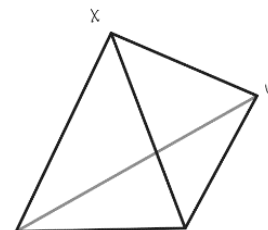


Рисунок 2

Задача 9. (14 баллов) У Вани есть три красных кубика, на гранях которых написаны числа 6, 8, 10, 12, 14, 16, и три зеленых кубика с числами 3, 4, 5, 6, 7, 8, а у Любы есть три кубика с числами 11, 12, 13, 14, 15, 16. Ваня сначала кидает три красных кубика, и выбирает из них максимальный результат, а потом три зеленых и выбирает из них минимальный. А Люба просто кидает три своих кубика и выбирает максимальный результат. Что в среднем больше и насколько, сумма за два Ваниных броска или за один Любин?

Задача 10. (14 баллов) Из четырех различных ненулевых цифр составили все возможные четырехзначные числа. Сумма некоторых семи из них равна 10893. Найдите сумму остальных чисел.